Opción A

Ejercicio 1 opción A, Reserva B de 2019 (modelo 6)

[2'5 puntos] Dada la función $f : (0, 2\pi) \to R$, definida por $f(x) = sen(x) + cos(x)$, calcula sus máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Solución

Dada la función $f: (0, 2\pi) \to R$, definida por $f(x) = sen(x) + cos(x)$, calcula sus máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Calcularemos los extremos por la monotonía, es decir por el estudio de la 1ª derivada f '(x).
Recordamos que sen(x) y cos(x) son continuas y derivables en R, por tanto también lo es la función f, en particular en el intervalo dado $(0, 2\pi)$.

$f(x) = sen(x) + cos(x)$; $f'(x) = cos(x) - sen(x)$.

De $f'(x) = 0$, tenemos $cos(x) - sen(x) = 0$, es decir $cos(x) = sen(x)$. Sabemos que sen y cos coinciden en la bisectriz del I y III cuadrante (la recta $y = x$), por tanto $x = \pi/4 + k\cdot 2\pi$ con $k \in Z$. En nuestro intervalo $(0, 2\pi)$ los posibles extremos relativos son $x = \pi/4$ y $x = \pi + \pi/4 = 5\pi/4$.

Como $f'(0+) = cos(0+) - sen(0+) = 1^- - 0^+ > 0$, f es estrictamente creciente $(\nearrow)$ en $(0, \pi/4)$.

Como $f'(\pi/2) = cos(\pi/2) - sen(\pi/2) = 0 - 1 < 0$, f es estrictamente decreciente $(\searrow)$ en $(\pi/4, 5\pi/4)$.

Como $f'(3\pi/2) = cos(3\pi/2) - sen(3\pi/2) = 0 – (-1) = 1 > 0$, f es estrictamente creciente $(\nearrow)$ en $(5\pi/4, 2\pi)$.

Por definición **$x = \pi/4$ es un máximo relativo y vale $f(\pi/4) =$** $sen(\pi/4) + cos(\pi/4)$ **$= (\sqrt{2})/2+ (\sqrt{2})/2 = (\sqrt{2})$.**
Por definición **$x = \pi/4$ es un mínimo relativo y vale $f(5\pi/4) =$**$sen(5\pi/4)+cos(5\pi/4)$ **$= -(\sqrt{2})/2 - (\sqrt{2})/2 = -(\sqrt{2})$.**

Calcularemos los puntos de inflexión por la curvatura, es decir por el estudio de la 2ª derivada f ''(x).

$f(x) = sen(x) + cos(x)$; $f'(x) = cos(x) - sen(x)$; $f''(x) = -sen(x) - cos(x)$.

De $f''(x) = 0$, tenemos $-sen(x) - cos(x) = 0$, es decir $cos(x) = -sen(x)$. Sabemos que sen y cos coinciden y tienen signo opuesto en la bisectriz del II y IV cuadrante (la recta $y = -x$), por tanto $x = (\pi/2 + \pi/4) + k\cdot 2\pi$ con $k \in Z$. En nuestro intervalo $(0, 2\pi)$ los posibles puntos de inflexión son $x = 3\pi/4$ y $x = 3\pi/2 + \pi/4 = 7\pi/4$.

Como $f''(\pi/2) = -sen(\pi/2) - cos(\pi/2) = -1 - 0 < 0$, f es cóncava $(\cap)$ en $(0, 3\pi/4)$.
Como $f''(\pi/2) = -sen(\pi) - cos(\pi) = -0 - (-1) = 1 > 0$, f es convexa $(\cup)$ en $(3\pi/4, 7\pi/4)$.
Como $f''(2\pi-) = -sen(2\pi-) - cos(2\pi-) = -0 – 1^- < 0$, f es cóncava $(\cap)$ en $(7\pi/4, 2\pi)$.

Por definición **$x = 3\pi/4$ es un punto de inflexión y vale $f(3\pi/4) =$** $sen(3\pi/4)+cos(3\pi/4)$ **$= (\sqrt{2})/2 - (\sqrt{2})/2 = 0$.**
Por definición **$x = 7\pi/4$ es un punto de inflexión y vale $f(7\pi/4) =$**$sen(7\pi/4)+cos(7\pi/4)$ **$= -(\sqrt{2})/2 + (\sqrt{2})/2 = 0$.**

Ejercicio 2 opción A, Reserva B de 2019 (modelo 6)

Sea $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si } x \le 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 4 \end{cases}$.

(a) [1'5 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f y la recta $y = 2x - 4$. Esboza el recinto que delimitan la gráfica de f y la recta.
(b) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

Solución

Sea $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si } x \le 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 4 \end{cases}$.

(a)
Calcula los puntos de corte de la gráfica de f y la recta $y = 2x - 4$. Esboza el recinto que delimitan la gráfica de f y la recta.

Si $x < 4$, $f(x) = -x^2 + 6x - 8$. Igualando tenemos: $-x^2 + 6x - 8 = 2x - 4 \to 0 = x^2 - 4x + 4$. Resolviendo la ecuación $x^2 - 4x + 4 = 0$ tenemos $x = 2$ (doble), que está en $x < 4$. Punto $(2, f(2)) = (2, 0)$.

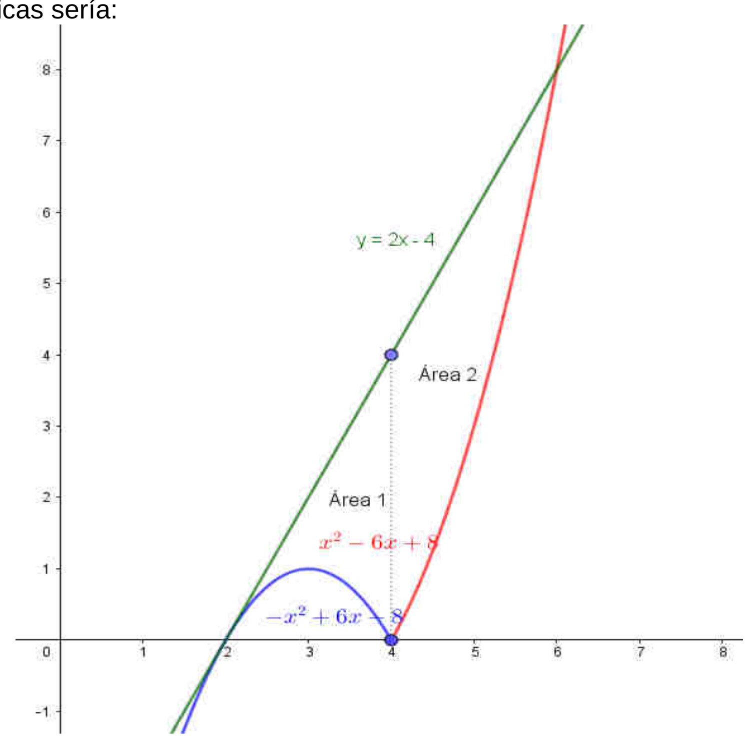
Si $x > 4$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Igualando tenemos: $x^2 - 6x + 8 = 2x - 4 \rightarrow 0 = x^2 - 8x + 12$. Resolviendo la ecuación $x^2 - 8x + 12 = 0$ tenemos $x = 2$, no está en $x < 4$, y $x = 6$, está en $x > 4$. Punto $(6, f(6)) = (6, 8)$.

Si $x < 4$, $f(x) = -x^2 + 6x – 8$ cuya gráfica es un trozo de parábola así ($\cap$) porque el nº que multiplica a x^2 es negativo.
La abscisa de su vértice es la solución de $f'(x) = 0 = -2x + 6$, de donde $x = 3$, está en $x < 4$. Su vértice es el punto $V(3, f(3)) = V(3, 1)$.
Hemos visto antes que pasa por $(2, 0)$, además $f(4) = 0$, es decir otro punto es $(4,0)$. Ya se puede esbozar.

Si $x > 4$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$ cuya gráfica es un trozo de parábola así ($\cup$) porque el nº que multiplica a x^2 es positivo.
La abscisa de su vértice es la solución de $f'(x) = 0 = 2x - 6$, de donde $x = 3$, no está en $x > 4$. Su vértice sería el punto $V(3, f(3)) = V(3, -1)$.
Hemos visto antes que pasa por $(6, 8)$, además $f(4^-) = 0$, es decir otro punto es $(4^-,0)$. Ya se puede esbozar.

La recta $y = 2x - 4$ hemos visto que pasa por los puntos $(2, 0)$ y $(6, 8)$.

Un esbozo de las gráficas sería:



(b)
Calcula el área del recinto anterior.

Área = Área 1 + Área 2 = $\int_2^4 \left(2x-4-(-x^2+6x-8)\right)dx + \int_4^6 \left(2x-4-(x^2-6x+8)\right)dx =$

$$= \int_2^4 \left(x^2-4x+4\right)dx + \int_4^6 \left(-x^2+8x-12\right)dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x\right]_2^4 + \left[\frac{-x^3}{3} + 4x^2 - 12x\right]_4^6 =$$

$= [(64/3 - 32 + 16) - (8/3 -8 + 8)] + [(-216/3 + 144 - 72) - (-64/3 + 64 - 48)]\ u^2$ **$= 8/3 + 16/3\ u^2 = 8\ u^2$.**

Ejercicio 3 opción A, Reserva B de 2019 (modelo 6)

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(a) [1’25 puntos] Estudia el rango de A según los valores de “m”.
(b) [1’25 puntos] Sabiendo que para “m = 1” el sistema dado por AX = B tiene solución, encuentra k y resuélvelo.

Solución

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(a)
Estudia el rango de A según los valores de “m”.

Tenemos $\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1-F_3 \\ \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & m-1 & 0 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{fila} \end{matrix} = -(m-1)\cdot(m-1-0) = -(m-1)^2.$

De $\det(A) = 0$, tenemos $-(m-1)^2 = 0$, de donde $m - 1 = 0$ es decir la solución es $m = 1$ (doble).

Si $m \neq 1$ (dos veces), $\det(A) \neq 0$, con lo cual rango(A) = 3.

Si **m = 1,** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{F_3-F_1} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, es decir cómo nos quedan **dos filas** con números distinto de cero, después de realizar las trasformaciones elementales de Gauss, tenemos **rango(A) = 2.**

(b)
Sabiendo que para “m = 1” el sistema dado por AX = B tiene solución, encuentra k y resuélvelo.

Hemos visto en el apartado (a) que si “m = 1”, *rango(A) = 2, luego no existe la inversa de la matriz A,* por tanto en el sistema AX = B, la matriz ampliada del sistema es $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{pmatrix}$. Como me dicen que el sistema tiene solución, por el Teorema de Rouchè tiene que ser rango A* = 2, para lo cual en A* el siguiente determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{fila} \end{matrix} = 1(k-1) - 1(-1) = k$, tiene que ser cero. **Si k = 0 el sistema dado por la ecuación AX = B tiene solución.**

Como para “m = 1” tenemos rango(A) = rango(A*) = 2 < número de incógnitas, es un sistema compatible e indeterminado, y tiene más de una solución (en R infinitas), por el Teorema de Rouchè.

Por tener rango 2 utilizamos sólo dos ecuaciones, las dos primeras.

$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ \quad y \quad\; = 1 \end{cases}$. Llamando $\mathbf{z = b} \in$ R tenemos **y = 1**, y entrando en la primera ecuación **x = -1 - b**, y l**a solución del sistema es (x, y, z) = (-1 - b, 1, b), con b $\in$ R.**

Ejercicio 4 opción A, Reserva B de 2019 (modelo 6)

Considera la recta $r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$.

(a) [1’25 puntos] Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r.
(b) [1’25 puntos] Calcula la distancia entre r y π.

Solución

Considera la recta $r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$.

(a)
Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r.

Para un plano necesitamos un punto, el A(4,0,1) de la recta, y dos vectores independientes el vector director de la recta “r”, **u** = (2,1,5), y el vector de la dirección perpendicular del plano π, el vector **n** = (2,1,-1).

Plano pedido $\pi_1 \equiv \det(\mathbf{AX},\mathbf{u},\mathbf{n}) = 0 = \begin{vmatrix} x-4 & y & z-1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{fila} \end{matrix} = (x-4)(-1-5) - (y)(-2-10) + (z-1)(2-2) =$

$= -6x + 12y + 24$ **= -x + 2y + 4 = 0.**

(b)
Calcula la distancia entre r y π.

Calculamos la posición relativa de la recta r y el plano π. Si el producto escalar del director **u** con el normal **n** es cero la recta y el plano son paralelos.

Como **u•n** = (2,1,5)•(2,1,-1) = 4 + 1 - 5 = 0, *la recta y el plano son paralelos.*

Como "r" y π son paralelos, la distancia de "r" a π es la distancia de un punto cualquiera de "r" a π, es decir:

$$d(r,\pi) = d(A,\pi) = \frac{|2(4)+(0)-(1)+3|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}} = \frac{|10|}{\sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{6}}\,u^1.$$

Opción B

Ejercicio 1 opción B, Reserva B de 2019 (modelo 6)

[2'5 puntos] Considera la función f definida por $f(x)=\frac{ax+b}{cx+1}$ para $cx + 1 \neq 0$.
Determina a, b y c sabiendo que la recta x = -1 es una asíntota vertical a la gráfica de f y que y = 2x + 4 es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

Solución

Considera la función f definida por $f(x)=\frac{ax+b}{cx+1}$ para $cx + 1 \neq 0$.
Determina a, b y c sabiendo que la recta x = -1 es una asíntota vertical a la gráfica de f y que y = 2x + 4 es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

Sabemos que las asíntotas verticales (x = -1) anulan el denominador y además $\lim_{x\to\infty} [(f(x))] = \infty$.

En nuestro caso c(-1) + 1 = 0, de donde **c = 1.**

Como y = 2x + 4 es la recta tangente a la gráfica de f en x = 1, tenemos f '(1) = y ' = 2, y además f(1) = = y(1) = 2(1) + 4 = 6.

Tenemos $f(x)=\frac{ax+b}{x+1}$, $f'(x)=\frac{a(x+1)-(ax+b)1}{(x+1)^2}=\frac{ax+a-ax-b}{(x+1)^2}=\frac{a-b}{(x+1)^2}$

De $f'(1) = 2 \rightarrow 2 = \frac{a-b}{(1+1)^2} = \frac{a-b}{4} \rightarrow a - b = 8$

De $f(1) = 6 \rightarrow 6 = \frac{a+b}{1+1} = \frac{a+b}{2} \rightarrow a + b = 12$. Sumando ambas ecuaciones → 2a = 20, luego **a = 10.**
De 10 + b = 12, tenemos **b = 2.**

Ejercicio 2 opción B, Reserva B de 2019 (modelo 6)

[2'5 puntos] Considera la función $f : R \rightarrow R$ dada por $f(x) = -4x^2 + a$, siendo $a > 0$ un número real. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta y = 0. Calcula a sabiendo que el área del recinto es 18.

Solución

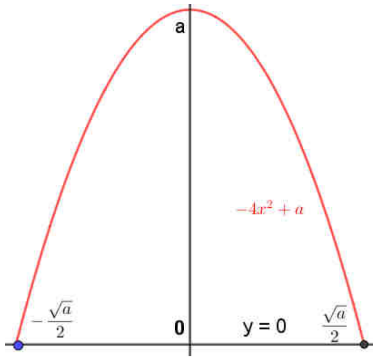
Considera la función $f : R \rightarrow R$ dada por $f(x) = -4x^2 + a$, siendo $a > 0$ un número real. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta y = 0. Calcula a sabiendo que el área del recinto es 18.

La gráfica de $f(x) = -4x^2 + a$ es una parábola así (∩) porque el nº que multiplica a x^2 es negativo.
La abscisa de su vértice es la solución de f '(x) = 0 = -8x, de donde x = 0, y su vértice es V(0, f(0)) = V(0, a).

Para f(x) = 0 tenemos $4x^2 = a \rightarrow x^2 = a/4 \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{a}{4}} = \pm\frac{\sqrt{a}}{2}$.

Sabemos que la recta y = 0 es el eje de abscisas OX.

Un esbozo de las gráficas sería:



Área = 18 = $\int_{-\sqrt{a}/2}^{\sqrt{a}/2}(-4x^2+a)dx = \left\{\begin{matrix}\text{Por}\\ \text{simetría}\end{matrix}\right\} = 2\cdot\int_{0}^{\sqrt{a}/2}(-4x^2+a)dx = 2\cdot\left[\frac{-4x^3}{3}+ax\right]_0^{\sqrt{a}/2} =$

$= 2\cdot\left[\frac{-4(\sqrt{a}/2)^3}{3}+a(\sqrt{a}/2) - 0\right] = 2\cdot\left(\frac{-4\sqrt{a}^3}{3\cdot 2^3}+\frac{a\sqrt{a}}{2}\right) = 2\cdot\left(\frac{-a\sqrt{a}}{6}+\frac{a\sqrt{a}}{2}\right) = \frac{2a\sqrt{a}}{3}$, con lo cual $18\cdot 3 = 2a\sqrt{a}$, es decir $27 = a\sqrt{a}$. Elevando al cuadrado $27^2 = a^2.a = a^3 = (3^3)^2$, luego $a = \sqrt[3]{(3^2)^3} = 3^2 = 9$.

Ejercicio 3 opción B, Reserva B de 2019 (modelo 6)

Considera el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{\begin{matrix} mx & + (m+1)z & = m \\ my & + z & = m \\ y & + mz & = m \end{matrix}\right.$

a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores de "m".
b) [0'75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para m = 1.

Solución

Considera el siguiente sistema de ecuaciones $\left\{\begin{matrix} mx & + (m+1)z & = m \\ my & + z & = m \\ y & + mz & = m \end{matrix}\right.$

a)
Discute el sistema según los valores de "m".

Matriz de los coeficientes A = $\begin{pmatrix} m & 0 & m+1 \\ 0 & m & 1 \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix}$, matriz ampliada A* = $\begin{pmatrix} m & 0 & m+1 & m \\ 0 & m & 1 & m \\ 0 & 1 & m & m \end{pmatrix}$.

Tenemos det(A) = |A| = $\begin{vmatrix} m & 0 & m+1 \\ 0 & m & 1 \\ 0 & 1 & m \end{vmatrix}$ Adjuntos primera columna = $m\cdot(m^2 - 1) = m\cdot(m + 1)\cdot(m - 1)$.

De det(A) = 0 $\rightarrow m\cdot(m + 1)\cdot(m - 1) = 0$, de donde m = 0, m = 1 y m = -1.

Si m ≠ 0, m ≠ 1 y m ≠ -1, det(A) ≠ 0, rango(A) = rango(A*) = 3 = número de incógnitas, **sistema compatible y determinado, y tiene solución única.** Por el Teorema de Rouchè.

Si m = 0, A = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, matriz ampliada A* = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. En A como $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \neq 0$, rango(A) = 2 = rango(A*) , porque A* tiene la cuarta columnas de ceros.

Como **rango(A) = rango(A*) = 2 < 3**, el **sistema es compatible e indeterminado y tiene más de una solución**. Por el Teorema de Rouchè.

Si m = 1, A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, matriz ampliada A* = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. En A como $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0$, rango(A) = 2 = rango(A*), porque A* tiene la 2ª y 3ª fila iguales.

Como **rango(A) = rango(A*) = 2 < 3**, el **sistema es compatible e indeterminado y tiene más de una solución**. Por el Teorema de Rouchè.

Si m = -1, A = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, matriz ampliada A* = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

En A como $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$ = 1 - 0 = 1 $\neq$ 0, rango(A) = 2. En A* como $\begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{columna} \end{matrix}$ = (-1)(1+1) = -2 $\neq$ 0, rango(A*) = 3.

Como **rango(A) = 2 $\neq$ rango(A*) = 3**, el **sistema es incompatible y no tiene solución**. Por el Teorema de Rouchè.

b)

Resuélvelo, si es posible, para m = 1.

Hemos visto en el apartado (a) que si m = 1, *rango(A) = rango(A*) = 2 < 3, el sistema es compatible e indeterminado y tiene más de una solución*.

Por tener rango 2 utilizamos sólo dos ecuaciones (las dos primeras, que son con las que hemos calculado el menor de orden 2 de A distinto de cero)

$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$. Llamando **z = b** $\in$ R tenemos **y = 1 - b**, y de la primera ecuación **x = 1 - 2b**, y l**a solución del sistema es (x, y, z) = (1-2b, 1-b, b), con b $\in$ R.**

Ejercicio 4 opción B, Reserva B de 2019 (modelo 6)

Se consideran los puntos A(0, -1, 3), B(2, 3, -1), y la recta $r \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

a) [1'25 puntos] Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

b) [1'25 puntos] Calcula los puntos de r que equidistan de los puntos A y B.

Solución

Se consideran los puntos A(0, -1, 3), B(2, 3, -1), y la recta $r \equiv \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

a)

Determina un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A.

Tenemos A(0, -1, 3) y B(2, 3, -1), y ponemos "r" es forma vectorial r $\equiv$ (x,y,z) = (-2, 2, 3) + b(1, 2, 3) = = (-2 + b, 2 + 2b, 3 + 3b) con b $\in$ R. Un punto genérico de "r" es C(-2 + b, 2 + 2b, 3 + 3b).

Como nos dicen que ABC sea rectángulo en A, formamos los vectores **AB** y **AC**, que tienen que ser perpendiculares, luego su producto escalar (•) tiene que ser cero. De dicha ecuación obtendremos los valores de "b" y el punto C pedido.

AB = (2, 4, -4); **AC** = (-2 + b - 0, 2 + 2b + 1, 3 + 3b - 3) = (-2 + b, 3 + 2b, 3b)

AB•AC = 0 = (2, 4, -4)•(-2 + b, 3 + 2b, 3b) = 0 = -4 + 2b + 12 + 8b - 12b = 8 - 2b =0, de donde b = 8/2 = 4, **y el punto "C" es C(-2 + (4), 2 + 2(4), 3 + 3(4)) = C(2, 10, 15).**

b)

Calcula los puntos de r que equidistan de los puntos A y B.

Un punto genérico de "r" era C(-2 + b, 2 + 2b, 3 + 3b), me están pidiendo puntos tales que d(A,C) = d(A,C), es decir ||**AC**|| = ||**BC**||.

Teníamos **AC** = (-2 + b, 3 + 2b, 3b).

Análogamente **BC** = (-2 + b - 2, 2 + 2b - 3, 3 + 3b +1) = (-4 + b, -1 + 2b, 4 + 3b).

$||\mathbf{AC}|| = \sqrt{(-2+b)^2+(3+2b)^2+(3b)^2} = \sqrt{4-4b+b^2+9+12b+4b^2+3b^2} = \sqrt{14b^2+8b+13}$

$||\mathbf{BC}|| = \sqrt{(-4+b)^2+(-1+2b)^2+(4+3b)^2} = \sqrt{16-8b+b^2+1-4b+4b^2+16+24b+3b^2} = \sqrt{14b^2+12b+33}$

Igualando ||**AC**|| = ||**BC**|| y elevando al cuadrado tenemos $14b^2 + 8b + 13 = 14b^2 + 12b + 33$, de donde resulta 0 = 4b + 20, es decir b = -20/4 = -5, **y el punto de r que equidista de los puntos A y B es: C(-2 + (-5), 2 + 2(-5), 3 + 3(-5)) = C(-7, -8, -12).**